2022/2023
Algorithmique avancée

Université Paris 8
Licence 3 Informatique

# TP n°1 : Fibonacci et binôme de Newton.

## 1 Algorithmes de Fibonacci

Mesurez en temps les différents algorithmes de Fibonacci : itératif, récursif terminal, vectoriel et logarithmique pour des échantillons d'entiers de 1 à 300, avec un pas de 10 fixé. Vous pourrez utiliser les fonctions du fichier *Fibonacci.c* et le programme suivant pour mesurer les temps de calcul, ici avec les versions itérative, vectorielle et logarithmique.

```c
int main (int argc, char ** argv) {
  int n, res_rec, res_ite, res_log, res_vect;
  clock_t td, ta, dt;
  for (n=1; n < echantillon_max; n+=10)
  {
    printf("nb :  %d  \t",n);
    td = clock();
    for (int i=0; i < n; i++) {
        res_ite = fibo_ite(i);
      }
    ta = clock();
    printf ("ite : %d \t",(int) ta-td);
    td=clock();
    for (int i=0; i < n; i++) {
        res_vect = fibo_vect(i);
      }
    ta=clock();
    printf ("vect : %d \t",(int) ta-td);
    td = clock();
    for (int i=0; i < n; i++) {
        res_log = fibo_log(i);
      }
    ta = clock();
    printf ("log : %d\t",(int) ta-td);
    printf("\n");
  }
  }
```

# 2 Binôme de Newton

On va maintenant s'intéresser à plusieurs fonctions permettant de calculer les coefficients binomiaux $\binom{n}{k}$ apparaissant dans la formule du binôme de Newton:

$$(a+b)^n = \sum_{k=0}^{n} \binom{n}{k} a^k b^{n-k},$$

ainsi que dans le triangle de Pascal :

| $n \backslash k$ | 0 | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | ... |
|---|---|---|---|---|---|---|---|
| 0 | 1 | | | | | | |
| 1 | 1 | 1 | | | | | |
| 2 | 1 | 2 | 1 | | | | |
| 3 | 1 | 3 | 3 | 1 | | | |
| 4 | 1 | 4 | 6 | 4 | 1 | | |
| 5 | 1 | 5 | 10 | 10 | 5 | 1 | |
| 6 | 1 | 6 | 15 | 20 | 15 | 6 | 1 |

$$\binom{n-1}{k-1} + \binom{n-1}{k} = \binom{n}{k}$$

1. Écrire en langage $C$ cinq algorithmes différents permettant de calculer les coefficients binomiaux.

   a) Fonction récursive, en se servant du fait qu'une valeur est la somme des deux de la ligne au-dessus (cf formule orange).

   b) Itérative, dans un tableau, faire le calcul de chaque ligne, une à une.

   c) Itérative, dans un vecteur, faire le calcul d'une ligne, puis utiliser cette ligne pour calculer la suivante et ainsi de suite.

   d) Itérative incrémentale, où on conserve dans un fichier les valeurs déjà obtenues et où on complète le fichier chaque fois que nécessaire.

   e) Par les factorielles, en utilisant la formule

   $$\binom{n}{k} = \frac{n!}{k!(n-k)!}$$

2. En adaptant le programme utilisé pour Fibonacci, mesurer ces différents algorithmes en temps d'exécution pour des entiers allant de 1 à 200 par pas de 10.